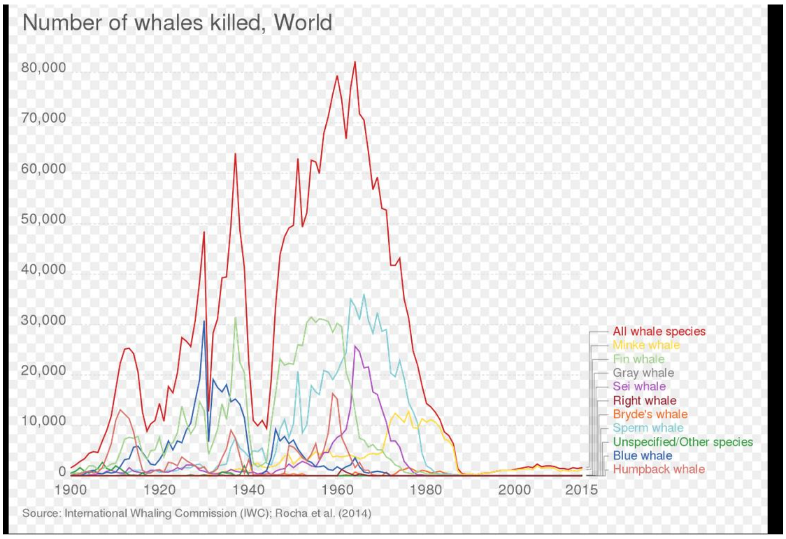
Appli-Cours : CORRIGE - Multiplicateurs et taux de croissance –*Chasse à la baleine-*

Le graphique ci-dessous a trait à la chasse à la baleine, par espèce, dans le monde depuis le début du XXème siècle.
https://en.wikipedia.org/wiki/Whaling#/media/File:Number_of_whales_killed,_OWID.svg



On a extrait du graphique, le tableau ci-dessous qui donne le nombre de baleines tuées de 1900 à 2000 (toute espèces confondues -en rouge-). *NB :Des colonnes, en nombre aléatoire, sont vierges pour d'éventuels calculs*.

Année	B Nb de baleines tuées	μ_i	Autre Présentation μ_i	(MAM)*i*	τ_i	optionnel **TCAMi**
1900	**2000**	**1**	6		500%	0,0%
1920	**12000**	6	3,75	1,094	275%	9,4%
1940	**45000**	3,75	1,778	1,068	78%	6,8%
1960	**80000**	1,778	0,313	1,029	-69%	2,9%
1980	**25000**	0,313	0,08	0,944	-92%	-5,6%
2000	**2000**	0,08	**1**	0,881	0%	-11,9%
		1				

<u>Travail demandé</u> (vous écrirez correctement vos formules algébriques, sachant « B » la variable) :

1) Calculer les multiplicateurs successifs ou périodiques (μ_i) et dressez un constat (1 phrase ou deux)

   Chaque multiplicateur périodique s'écrit : $_t\mu_i(B)_{t+1} = (B_{t+1}/B_t)$
   Exemple $_{00}\mu_i(B)_{20} = (B_{20}/B_{00}) = (12000/2000) = 6$
   Le tableau donne les réponses en colonne 3 qui est la présentation usuelle.
   Une autre présentation des mêmes calculs est la colonne 4, où les mêmes μ_i sont décalés d'une ligne vers le haut. Ce qui permet de lire pour 1900 : 2000B × 6 = 12000 etc…

   Le constat évident est que les multiplicateurs n'ont cessé de décroître régulièrement depuis 1900, pour passer d'une valeur > 1 (croissance) à une valeur <1 (décroissance).

2) En déduire les multiplicateurs annuels moyens successifs (MAM*i*)

On déduit la colonne 5 de la colonne 3 par la formule du multiplicateur annuel moyen appliquée à chaque μ_i.
$_{t}MAM_i(B)_{t+n} = (_{t}\mu(B)_{t+1})^{1/n}$
Exemple : $_{00}MAM_i(B)_{20} = (_{00}\mu(B)_{20})^{1/20-00} = (B_{20}/B_{00})^{1/20} = (12000/2000)^{1/20} = 1{,}094$
Qui donne la croissance annuelle moyenne au cours de la période 1900 à 1920.

3) Déduire des (µi) le multiplicateur global. Vérifier cette déduction en appliquant une autre méthode.

On applique la définition : *Le multiplicateur global est le produit des multiplicateurs successifs.*
Soit : $_{00}\mu(B)_{100} = \prod_{i=1}^{5} \mu_i(B) = 6 \times 3.75 \times 1.778 \times 0.313 \times 0.08 = 1$

L'autre définition du multiplicateur global est *aux extrêmes* :
$_{00}\mu(B)_{100} = (B_{100}/B_{00}) = 2000/2000 = 1$. Est donc vérifié le résultat précédent.

4) Déduire des (µi) les taux de croissance successifs

On déduit la colonne 6 de la colonne 3, par la formule :
$_{t}\tau_i(B)_{t+n} = (_{t}\mu(B)_{t+n} - 1) \times 100\%$
exemple de 1920 : $_{00}\tau_i(B)_{20} = (_{00}\mu_i(B)_{20} - 1) \times 100\% = (6 - 1) \times 100\% = 500\%$
(Optionnel : on peut y ajouter le calcul des $TCAM_i = (MAM_i - 1) \times 100\%$ (voir tableau)

5) Calculer le taux de croissance global τ_i

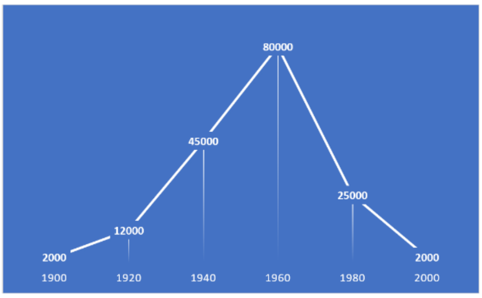
Il en est de même pour le Taux de croissance global. La formule des τ_i est simplement appliquée au multiplicateur global (et non périodique), soit
$_{00}\tau_i(B)_{100} = (_{00}\mu(B)_{100} - 1) \times 100\% = (1-1) \times 100\% = 0\%$

6) Calculer le *Taux symétrique*. Quelle conclusion tirez vous de ce calcul ?

C'est le taux qu'il faut appliquer à B_{100} pour retrouver la valeur de départ B_{00}.
Il s'écrit : $_{100}\tau_i(B)_{00} = (1 / {_{00}\mu(B)_{100}}) - 1 = (1/1 - 1) \times 100\% = 0\%$.
Ce qui était évident : si le taux de croissance $_{00}\tau_i(B)_{100} = 0\%$, alors le taux de décroissance $_{100}\tau_i(B)_{00} = 0\%$. Ce qui traduit le fait que $B_{00} = 2000 = B_{100} = 2000$. La grandeur est restée constante, elle n'a ni augmenté, ni diminué, aux extrêmes. (On se dira : *cela se voyait tout de suite !*).

7) Montrer à l'aide du calcul du TCAM(B) la particularité de cette série chronologique.

La particularité est lisible dans la courbe en rouge du graphique. Elle est de la forme :



On distingue deux phases de croissance : une croissance exponentielle de 1900 à 1960 (60 ans), suivie d'une rapide décroissance de 1960 à 2000 (40 ans).
Chaque période possède une date de début (0) et une date de fin (n).
Le TCAM demandé pour chaque période s'écrit de manière générale :
${}_0TCAM(B)_n = ({}_0MAM(B)_n - 1)\times 100\%$ avec ${}_0MAM(B)_n = ({}_0\mu(B)_n)^{1/n}$
Pour le calcul il est commode d'adopter le tableau suivant :

Année	B	μ	MAM	TCAM
	Nb de baleines tuées			
1900	**2000**			
1960	**80000**	40	1,063	6,3%
2000	**2000**	0,025	0,912	-8,8%

La croissance exponentielle est de 6,3%/an, et la décroissance de -8,8%/an.

8) Sans réaliser une prévision statistique, qu'adviendrait il, selon vous, de la chasse à la baleine en 2020, selon ces données ?

Selon toutes probabilités la décroissance ne devrait pas s'arrêter. D'autant que les Commissions internationales de protection des baleines, poussent à l'arrêt de la chasse, pour éviter l'extinction de l'espèce.

Fin